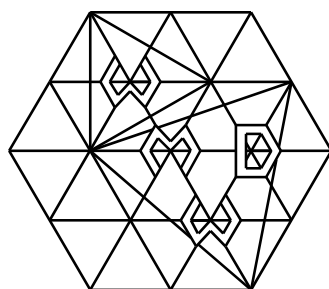


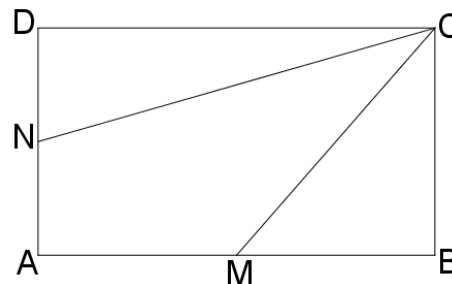
**28. Wiener Mathematik-
und Denksportwettbewerb
4. April 2018 – TU Wien**



**Zehn
mathematische
Denksportaufgaben
und ihre
Lösungen**

Ein Viereck im Rechteck

Gegeben ist ein Rechteck ABCD. M ist der Mittelpunkt der Seite AB und N ist der Mittelpunkt der Seite AD. Die Fläche des Vierecks AMCN beträgt 12 cm^2 .
Berechne den Flächeninhalt des Rechtecks ABCD.



Lösung:

Die Flächeninhalte der Dreiecke BCM und CDN betragen je ein Viertel des Flächeninhalts des Rechtecks ABCD. Daher ist der Flächeninhalt von AMCN die Hälfte des Flächeninhalts von ABCD. Daraus folgt die

Antwort:

Der Flächeninhalt des Rechtecks ABCD beträgt 24 cm^2 .

Ziffern werden vertauscht

A ist eine dreistellige natürliche Zahl, die durch 18 teilbar ist. Die Ziffern von A lassen sich so vertauschen, dass eine Zahl entsteht, die durch 95 teilbar ist.
Berechne $2 \cdot A + 2$.

Lösung:

Eine dreistellige Zahl, die durch $18 = 2 \cdot 9$ teilbar ist, ist gerade (wegen des Teilers 2) und hat eine Ziffernsumme, die durch 9 teilbar ist (wegen des Teilers 9). Die Ziffernsumme bleibt beim Vertauschen der Ziffern gleich. Also muss die neue Zahl, die durch 95 teilbar ist, auch durch 9 teilbar sein. Es gibt nur eine derartige dreistellige Zahl, nämlich $95 \cdot 9 = 855$. Die Zahl A ist daher 558. Es folgt die

Antwort:

$2 \cdot A + 2$ ergibt 1118.

Rechnen mit Zahlen aus einer Menge

x und y sind zwei verschiedene Elemente aus der Menge $M = \{-24, -12, -3, -2, 2, 3, 12, 18\}$.
Bestimme den größtmöglichen Wert von $\frac{x+y}{x}$.

Lösung:

Der Bruch kann umgeschrieben werden: $\frac{x+y}{x} = \frac{x}{x} + \frac{y}{x} = 1 + \frac{y}{x}$.

Der größtmögliche Wert von $\frac{y}{x}$ für die Zahlen aus der Menge M ist $\frac{-24}{-2} = 12$. Daraus folgt die

Antwort:

Der größtmögliche Wert von $\frac{x+y}{x}$ ist 13.

Ungewisse Teilnehmerzahl

Bei einem Mathematikwettbewerb gab es fünf Aufgaben. Aufgabe 1 wurde von 53 Personen richtig gelöst, Aufgabe 2 von 69 Personen, Aufgabe 3 von 71 Personen, Aufgabe 4 von 87 Personen und Aufgabe 5 von 95 Personen. 28 Personen haben alle Aufgaben richtig gelöst, alle anderen Personen haben jeweils genau eine Aufgabe richtig gelöst. Wie viele Personen haben am Wettbewerb teilgenommen?

Lösung:

Von den Personen, die genau eine Aufgabe richtig gelöst haben, haben $53 - 28 = 25$ die Aufgabe 1 gelöst, $69 - 28 = 41$ die Aufgabe 2, $71 - 28 = 43$ die Aufgabe 3, $87 - 28 = 59$ die Aufgabe 4 und $95 - 28 = 67$ die Aufgabe 5. Daher haben $25 + 41 + 43 + 59 + 67 = 235$ Personen genau eine Aufgabe richtig gelöst. Daraus folgt die

Antwort:

Am Wettbewerb haben 263 Personen teilgenommen.

Winkelsuche im Trapez

ABCD ist ein gleichschenkliges Trapez mit $AB \parallel CD$. Die Diagonale AC steht normal auf den Schenkel BC. Der Winkel $\alpha = \angle BAD$ beträgt 65° . Der Schnittpunkt der beiden Diagonalen ist S. Wie groß ist der Winkel $\angle ASB$ (d.h. der Winkel zwischen den Strecken SA und SB)?

Lösung:

Da ABCD ein gleichschenkliges Trapez ist, sind die Winkel $\beta = \angle CBA$ und $\alpha = \angle BAD$ gleich groß, also 65° . Da die Winkelsumme im Dreieck ABC 180° beträgt, ist der Winkel $\angle BAC$ gleich 25° . Da auch das Dreieck ABS gleichschenkelig ist, ist $\angle ASB = 180^\circ - 2 \cdot 25^\circ$. Daraus folgt die

Antwort:

Der Winkel $\angle ASB$ beträgt 130° .

Amelie berechnet eine Summe

Amelie addiert alle vierstelligen geraden Zahlen, die sich aus den Ziffern 1, 2, 7 und 8 bilden lassen, wobei sie pro Zahl jede Ziffer genau einmal verwendet. Wie groß ist die Summe, die Amelie erhält?

Lösung:

Die 12 Zahlen, die Amelie addiert sind 1278, 1728, 2178, 2718, 7128, 7218, 1782, 1872, 7182, 7812, 8172 und 8712. Daraus folgt die

Antwort:

Die Summe, die Amelie erhält ist 57780.

Noah rechnet falsch

Noah hätte folgende Aufgabe lösen sollen: Subtrahiere von einer Zahl die Zahl 3 und dividiere die Differenz durch 9. Stattdessen aber subtrahierte Noah die Zahl 9 und dividierte die Differenz durch 3. Als Ergebnis erhielt Noah 58.

Welches Ergebnis hätte Noah erhalten, wenn er die Aufgabe korrekt gelöst hätte?

Lösung:

Um die Ausgangszahl zu erhalten, muss die falsche Rechnung rückwärts gerechnet werden, also 58 mit 3 multipliziert und zum Produkt die Zahl 9 addiert werden. Die Ausgangszahl lautet damit 183. Führt man nun die Rechnung richtig aus, so erhält man die

Antwort:

Als korrektes Ergebnis hätte Noah die Zahl 20 erhalten.

Summe von natürlichen Zahlen

Die Summe aller natürlichen Zahlen von 1 bis $n - 1$ beträgt 1891, die Summe aller natürlichen Zahlen von 1 bis n beträgt 1953.

Wie groß ist die Summe aller natürlichen Zahlen von 1 bis $n + 1$?

Lösung:

Die Zahl 1953 ist um n größer als die Zahl 1891. Daher ist $n = 1953 - 1891 = 62$. Da $n + 1 = 63$ ist, folgt die

Antwort:

Die Summe aller natürlichen Zahlen von 1 bis $n + 1$ beträgt 2016.

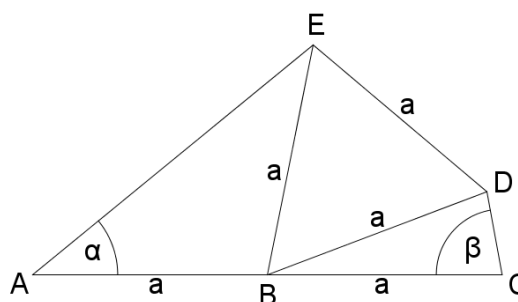
Winkelsuche

Alle mit a beschrifteten Strecken sind gleich lang.

Der Winkel α beträgt 51° .

Wie groß ist der Winkel β ?

(Achtung: Nicht abmessen! Die Skizze ist ungenau!)



Lösung:

Da die Dreiecke ABE und BCD gleichschenkelig sind, ist $\angle AEB = \alpha$ und $\angle BDC = \beta$. Da das Dreieck BDE gleichseitig ist und somit alle Winkel 60° betragen, ist $\angle DEA = \alpha + 60^\circ$ und $\angle CDE = \beta + 60^\circ$. Die Winkelsumme im Viereck ACDE beträgt 360° . Durch Lösen der Gleichung $360^\circ = \beta + (\beta + 60^\circ) + (\alpha + 60^\circ) + \alpha$ folgt die

Antwort:

Der Winkel β beträgt 69° .

Hubschrauber fliegen am Computer

Theo steuert in einem 3D-Computerspiel einen Hubschrauber.

Drückt er die Taste „T“, so fliegt dieser 6 m nach unten.

Drückt er die Taste „H“, so fliegt dieser 5 m nach oben.

Drückt er die Taste „O“, so fliegt dieser 4 m nach Osten.

Drückt er die Taste „W“, so fliegt dieser 3 m nach Westen.

Drückt er die Taste „S“, so fliegt dieser 2 m nach Süden.

Drückt er die Taste „N“, so fliegt dieser 1 m nach Norden.

Nachdem Theo genau 16 Mal eine Taste gedrückt hat, ist der Hubschrauber wieder in seiner Ausgangsposition. Wie oft hat Theo die Taste „N“ gedrückt?

Lösung:

Wenn Theo fünfmal die Taste „T“ und sechsmal die Taste „H“ drückt, ist er wieder in der Ausgangsposition. Ebenso ist er nach dreimaligem Drücken der Taste „O“ und viermaligem Drücken der Taste „W“ bzw. nach einmaligem Drücken der Taste „S“ und zweimaligem Drücken der Taste „N“ wieder in der Ausgangsposition. Da er nach 16-maligem Drücken einer Taste wieder in der Ausgangsposition ist, muss die Zahl 16 als Summe darstellbar sein, wobei nur die Zahlen 11, 7 und 3 verwendet werden dürfen. Die einzige Möglichkeit ist $16 = 7 + 3 + 3 + 3$. Daraus folgt die

Antwort:

Theo hat die Taste „N“ genau 6 Mal gedrückt.