24. Wiener Mathematik- und Denksportwettbewerb
23. April 2014 - TU Wien

# 10 mathematische Denksportaufgaben und ihre Lösungen

## Albert ist fad

Er multipliziert 123456789 mit 987654321 und dann das Produkt noch mit 222222222. Im Ergebnis steht an den letzten beiden Stellen seine Hausnummer. Wie lautet diese?

### Lösung:

Um die Frage zu beantworten, ist es nicht notwendig, Alberts Rechnung mit den neunstelligen Zahlen nachzuvollziehen. Wenn wir nur die letzten beiden Stellen des Ergebnisses wissen wollen, genügt es, mit den letzten beiden Stellen der gegebenen Zahlen zu rechnen: $89 \cdot 21 \cdot 22 = 41118$.
Daraus folgt die

### Antwort:

Seine Hausnummer lautet 18 .

---

## Würfelspiel

Anna, Bernd und Christine werfen jeweils drei Würfel. Jedes Kind addiert die sechs Augenzahlen, die von den beiden anderen geworfen wurden. Anna erhält 27, Bernd 23 und Christine 18.
Wie lautet die Summe der neun geworfenen Augenzahlen?

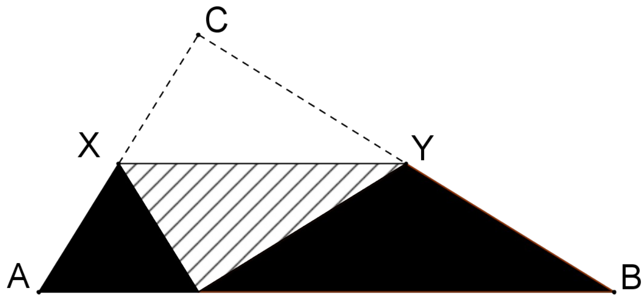
### Lösung:

Annas Augenzahlen kommen in den Summen von Bernd und Christine vor. Jede der neun Augenzahlen kommt daher in den drei Summen zweimal vor. Wenn wir also 27, 23 und 18 addieren, erhalten wird die doppelte Summe der neun Augenzahlen.
Aus $(27 + 23 + 18) : 2 = 68 : 2 = 34$ erhalten wir also die

### Antwort:

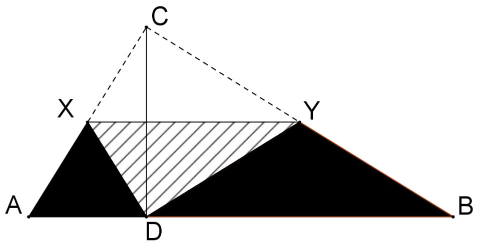
Die Summe der neun geworfenen Augenzahlen beträgt 34.

## „Origami“




Ein Stück Papier hat die Form eines rechtwinkeligen Dreiecks ABC mit den Kathetenlängen AC = 6 cm und BC = 8 cm. Hubert hat es so gefaltet, dass der Punkt C auf der Hypotenuse AB liegt und die Faltkante XY parallel zu AB verläuft.
Wie groß ist die Summe der Flächeninhalte der beiden schwarz gefärbten Dreiecke?

Lösung:



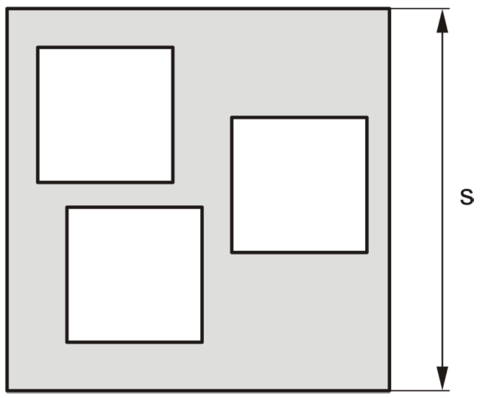

Da die Faltkante XY parallel zu AB ist, fällt C nach dem Falten mit dem Höhenfußpunkt D zusammen. Die Faltkante halbiert die Höhe CD und daher auch die Katheten AC und BC. Die Flächeninhalte F und $F_1$ der Dreiecke ABC und XYC können mit Hilfe ihrer Kathetenlängen berechnet werden:
$F = (8 \cdot 6) : 2 = 24$ und $F_1 = (4 \cdot 3) : 2 = 6$.
Die Summe der Flächeninhalte der beiden schwarz gefärbten Dreiecke ist $F - 2 \cdot F_1$.
Daraus ergibt sich die

Antwort:

Der Summe der Flächeninhalte beträgt 12 cm².

---

## Quadrate ausschneiden




Aus einem Quadrat mit der Seitenlänge s = 48 cm werden – wie in der Zeichnung abgebildet – drei gleich große Quadrate herausgeschnitten. Die Fläche von jedem der drei Quadrate ist ein Fünftel der grau gefärbten Restfläche.
Berechne den Flächeninhalt der Restfläche!

Lösung:

Die Quadratfläche beträgt acht Fünftel der grau gefärbten Restfläche.
Wegen $(48^2 : 8) \cdot 5 = 1440$ folgt die

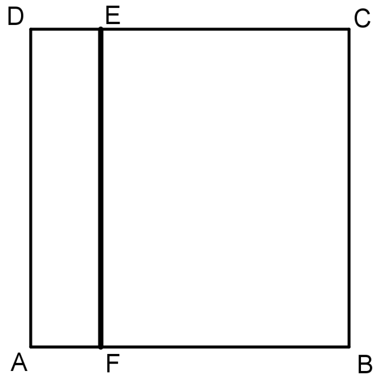
Antwort:

Die graue Restfläche hat den Flächeninhalt 1440 cm².

## 2 in 1

Ein Quadrat wird in zwei Rechtecke zerlegt. Die Umfänge der beiden Rechtecke betragen 28 cm und 44 cm. Wie groß ist der Flächeninhalt des Quadrats?

### Lösung:




Addiert man die Umfänge der Rechtecke AFED und FBCE, so erhält man das Sechsfache der Seitenlänge des Quadrats. Wegen (28 + 44) : 6 = 12 hat das Quadrat eine Seitenlänge von 12 cm und daher einen Flächeninhalt von 144 $cm^2$. Daraus folgt die

### Antwort:

Das Quadrat hat den Flächeninhalt 144 $cm^2$.

---

## Astrids Kugeln

In einem Sack sind 200 Kugeln. 80% dieser Kugeln sind rot, die restlichen Kugeln sind blau. Astrid nimmt einige rote Kugeln aus dem Sack. Jetzt sind nur mehr 75% der im Sack verbliebenen Kugeln rot.
Wie viele Kugeln hat Astrid herausgenommen?

### Lösung:

20% der Kugeln im Sack sind blau, das sind 40 Kugeln. Nach dem Herausnehmen der roten Kugeln beträgt der Anteil der blauen Kugeln 25%. Also sind am Ende 160 Kugeln im Sack. Das ergibt die

### Antwort:

Sie hat 40 Kugeln herausgenommen.

## Zahlensuche

Eine vierstellige Zahl hat die Ziffernsumme 16. Das Dreifache der Hunderterziffer ist so groß wie die Zehnerziffer. Das Dreifache der Einerziffer ist so groß wie das Doppelte der Zehnerziffer.
Finde die vierstellige Zahl heraus!

Lösung:

Das das Dreifache der Einerziffer doppelt so groß wie das Dreifache der Hunderterziffer ist, muss die Einerziffer doppelt so groß wie die Hunderterziffer sein. Außerdem muss die Zehnerziffer durch 3 teilbar sein, also 0, 3, 6 oder 9.
Ist die Zehnerziffer 0, so müssen auch die Hunderter- und die Einerziffer 0 sein. Die Ziffernsumme kann dann nicht 16 sein.
Ist die Zehnerziffer 3, so sind die Hunderterziffer 1 und die Einerziffer 2. Auch in diesem Fall kann die Ziffernsumme nicht 16 sein.
Ist die Zehnerziffer 6, so sind die Hunderterziffer 2 und die Einerziffer 4. Da die Ziffernsumme 16 ist, muss die Tausenderziffer 4 sein; die Zahl ist also 4264.
Ist die Zehnerziffer 9, so sind die Hunderterziffer 3 und die Einerziffer 6. Die Ziffernsumme ist größer als 16.
Die einzige Lösung ergibt also die

Antwort:

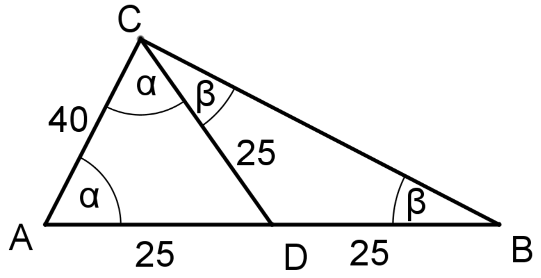
Die vierstellige Zahl lautet 4264 .

---

## Spezielles Dreieck

In einem Dreieck ABC kennt man die Länge der Seite AC = 40 cm. Der Punkt D liegt auf der Seite AB, wobei gilt: AD = BD = CD = 25 cm.
Wie lang ist die Seite BC?

Lösung:




Aus der Angabe folgt, dass die Dreiecke CAD und BCD gleichschenkelig sind. Für die Winkelsumme im Dreieck ABC gilt also (siehe Skizze)
$2 \cdot \alpha + 2 \cdot \beta = 180°$, also $\alpha + \beta = 90°$.
Da das Dreieck ABC also rechtwinkelig ist, kann man mit dem Satz von Pythagoras die Länge der Kathete BC ausrechnen:
$BC^2 = 50^2 - 40^2 = 30^2$. Daraus folgt die

Antwort:

Die Seite BC ist 30 cm lang.

## Summe vieler ganzer Zahlen

Die Summe von 21 unmittelbar aufeinander folgenden ganzen Zahlen beträgt 21. Wie groß ist die größte dieser 21 Zahlen?

### Lösung:

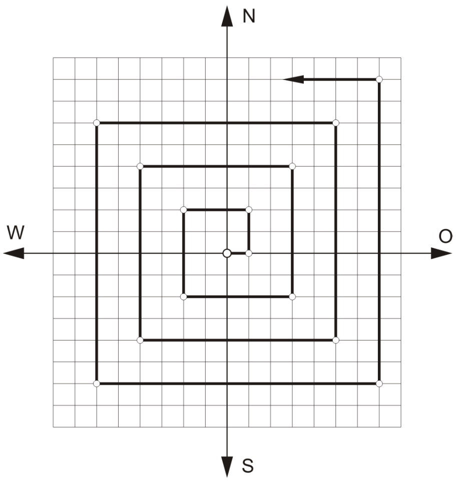
Wenn man 21 unmittelbar aufeinander folgende positive ganze Zahlen addiert, so ist die Summe natürlich viel größer als 21. Addiert man lauter negative Zahlen, so ist die Summe negativ. Also müssen die 21 Zahlen teils positiv, teils negativ sein. Addiert man die 21 Zahlen -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 und 10, so ist die Summe 0. Lässt man -10 weg, so hat man 20 Zahlen mit der Summe 10. Gibt man 11 dazu, so hat man 21 Zahlen mit der Summe 21. Daraus folgt die

### Antwort:

Die größte dieser 21 Zahlen ist 11.

---

## Schritte zählen




Du machst dich auf einen spiralförmigen Weg. Zuerst gehst du einen Schritt nach Osten, dann zwei Schritte nach Norden, dann drei Schritte nach Westen, dann vier Schritte nach Süden, dann fünf Schritte nach Osten, dann sechs Schritte nach Norden usw. Nachdem du das elfte Mal nach Norden gegangen bist, gehst du noch nach Westen, aber nur mehr bis zur Nord-Süd-Achse.
Wie viele Schritte musst du auf diesem letzten Wegstück machen?

### Lösung:

Nachdem du zum ersten Mal nach Norden gegangen bist, musst du einen Schritt nach Westen bis zur Achse machen. Nach dem zweiten Mal sind es drei Schritte, nach dem dritten Mal fünf Schritte, und so weiter. Nachdem du das x-te Mal nach Norden gegangen bist, musst du $2x - 1$ Schritte nach Westen bis zur Achse machen. Das ergibt die

### Antwort:

Auf dem letzten Wegstück muss ich 21 Schritte machen.